

# বিসিএস লিখিত প্রস্তুতি (হ্যান্ডনোট)

বিষয়ঃ জ্যামিতি

লেখক



অঞ্জন সরকার

বি.এ (অনার্স), জাতীয় বিশ্ববিদ্যালয়

এম.বি.এ (ইভিনিং), ঢাকা বিশ্ববিদ্যালয়

<https://www.facebook.com/anjan.sarker.395>

সম্পাদনা



বি. এম. আজগর আলী

বি.এস.এস (অনার্স), এম.এস.এস (অর্থনীতি)

খুলনা বিশ্ববিদ্যালয়

<https://www.facebook.com/bmajgarali>



প্রকাশকাল

২৪ জুলাই ২০১৭



BCS Spotlight

<https://www.facebook.com/groups/bcsspotlight>

# BCS, Bank

PDF বইয়ের অনলাইন লাইব্রেরী

## MyMahbub.Com

### লেখকের কথা

বিসিএস স্বপ্নসারথীদের স্বপ্ন পূরণে লিখিত পরীক্ষার সহায়ক হিসেবে আমার হ্যান্ডনোটটি ই-বুক হিসেবে প্রকাশিত হলো। ই-বুকটির কোন অংশ পরিবর্তন না করে, যে কোন ফেসবুক গ্রুপ, পেজ, ওয়েবসাইট বা ব্লগে শেয়ার করতে পারেন। সহযোদ্ধারা উপকৃত হলে আমার চেষ্টা ও শ্রম সার্থক হবে। উল্লেখ্য, নোটটি বাণিজ্যিক উদ্দেশ্যে ব্যবহার না করার জন্য বিনীতভাবে অনুরোধ করা যাচ্ছে।

বিনীত

অঞ্জন সরকার

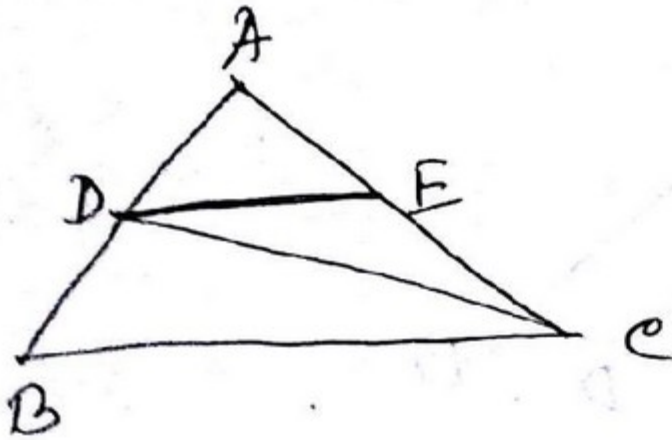
কপিরাইট © BCS Spotlight

<https://www.facebook.com/groups/bcsspotlight>

উদ্ভাৱন

গুণকীৰ্ত্তী-৬ → (৫)  
Class-VIII

#  $\triangle ABC$  ত  $AB$  ও  $AC$  বাহুৰ মধ্যস্থিত বিন্দু যথাক্রমে  $D$  ও  $E$ । জ্ঞান কৰা হ'ব যে  $\triangle ADE = \frac{1}{4} (\triangle ABC)$



বিভাজ্য নিৰ্ভৰণ: দেয়া আছে  $\triangle ABC$  ত  $D$  আৰু  $E$  যথাক্রমে  $AB$  আৰু  $AC$  বাহুৰ মধ্যস্থিত।  $D$  ও  $E$  যোগ কৰি জ্ঞান কৰা হ'ব যে,  $\triangle ADE = \frac{1}{4} (\triangle ABC)$   
প্রদিকন:  $C$  আৰু  $D$  যোগ কৰি

জ্ঞান:  $\triangle ABC$  ত  $D$   $AB$  বাহুৰ মধ্যস্থিত।  $D$  আৰু  $E$  যোগ কৰি  $DE$  হ'ল  $BC$ ৰ মধ্যস্থিত।

$DE$  হ'ল  $BC$ ৰ মধ্যস্থিত।

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ADE &= \frac{1}{2} (\triangle CDA) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (\triangle ABC) \\ &= \frac{1}{4} (\triangle ABC) \end{aligned}$$

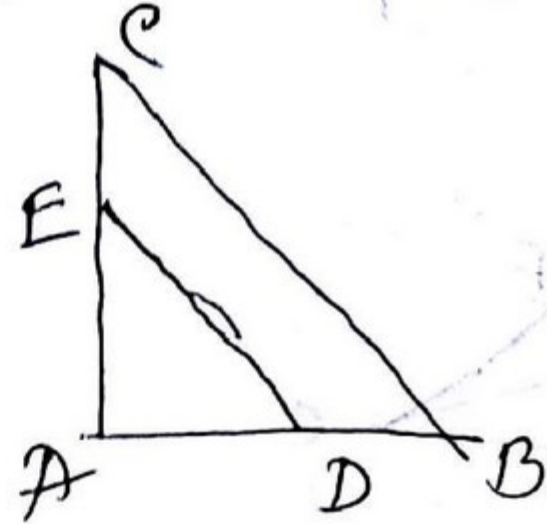
সুতরাং  $\triangle ADE = \frac{1}{4} (\triangle ABC)$

(উপস্থাপিত)

(১)

ଭୂଗୋଳ - 6 → (2)  
class - VIII

If  $\triangle ABC$  is a right-angled triangle,  $\angle A = 90^\circ$  and  $D$  and  $E$  are points on  $AB$  and  $AC$  respectively such that  $DE \perp BC$ , then  
 $DE^2 = CE^2 + BD^2$



ଦିଆଯାଇଛି:  $\triangle ABC$  ଏକ ଡାହାଣ କୋଣୀୟ ତ୍ରିଭୁଜ,  $\angle A = 90^\circ$

$D$  ଏବଂ  $E$  ଯଥାକ୍ରମେ  $AB$  ଏବଂ  $AC$  ଉପରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ,  $DE \perp BC$ ।

ପ୍ରମାଣ: ଯେହେତୁ  $D$ ,  $AB$  ଉପରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ,  $\therefore AD = DB$

ଏବଂ  $E$ ,  $AC$  ଉପରେ ଥିବା ବିନ୍ଦୁ,  $\therefore AE = EC$

$\triangle ADE$  ଏକ ଡାହାଣ କୋଣୀୟ ତ୍ରିଭୁଜ  $\angle A = 90^\circ$

$\therefore DE^2 = AD^2 + AE^2$  [ପୀଥାଗୋରାସ୍ ଫଳାଫଳ]

$= BD^2 + CE^2$

ଅର୍ଥାତ୍  $DE^2 = BD^2 + CE^2$

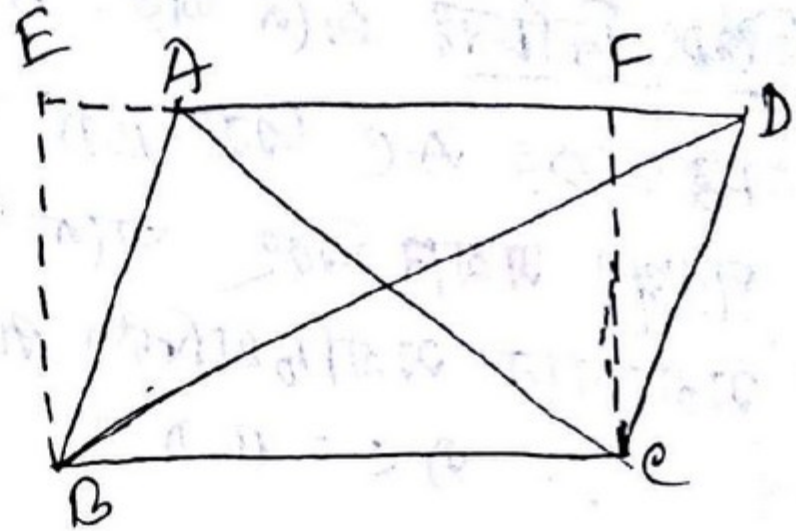
(ପ୍ରମାଣିତ)

(2)

ডেপার্ট-২২  
class-VIII

# আমরা জানি যে, একই ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমান।

বিভাজ্য নির্দেশ: ধনকারি  $ABCD$   
 $ABCD$  ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  
 ত্রিভুজ  $ABC$  এর ক্ষেত্রফল  $BC$   
 $AD$  সমান্তরাল রেখার



একটি  $ABCD$  ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  $BC$  এর সমান। অর্থাৎ  $ABCD = 2 \times \text{ত্রিভুজ } ABC$   
 অর্থাৎ  $BC$  রেখার উপর  $BC$  বিন্দুতে যথাক্রমে  $E$  ও  $F$  অঙ্ক

যাক।  $AD$  রেখার  $AD$  বিন্দুতে যথাক্রমে  $E$  ও  $F$  বিন্দুতে

অঙ্কিত যাক।  
 অর্থাৎ  $ABCD$  ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  $ABCD$  এর সমান। অর্থাৎ  $ABCD = 2 \times \text{ত্রিভুজ } ABC$

অর্থাৎ  $ABCD$  ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  $ABCD$  এর সমান। অর্থাৎ  $ABCD = 2 \times \text{ত্রিভুজ } ABC$

$\therefore$  একই ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমান।

[প্রমাণিত]

একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  $ABCD$  এর সমান। অর্থাৎ  $ABCD = 2 \times \text{ত্রিভুজ } ABC$

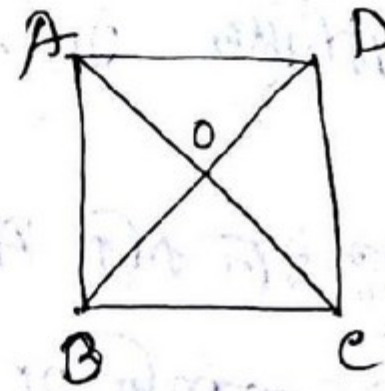
(3)

অনুশীলনী-২-৯  
class - VIII

#. প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমান হলে তা  
পরস্পরকে সমানভাবে সম্বিভাজিত করান তা একটি বর্গ।

বিভেদ্য নির্বাচনঃ ধ্যনে করি ABCD

চতুর্ভুজের AC এবং BD কর  
পরস্পর সমান এবং একে অন্যকে  
সমানভাবে সম্বিভাজিত করে।



$$\therefore AC = BD$$

সুতরাং  $AO = OC$ ,  $BO = OD$  এবং  $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA$   
 $= 90^\circ$

প্রমাণ করতে হবে ABCD একটি বর্গ।

প্রমাণঃ  $\triangle AOB$  এবং  $\triangle BOC$  এ,

$$AO = OC$$

$$BO = BO$$

$$\text{অতএব } \angle AOB = \text{অতর্কিত } \angle BOC$$

$$\text{সুতরাং } \triangle AOB \cong \triangle BOC$$

$$\therefore AB = BC$$

একইভাবে দেখান যায় যে

$$BC = CD = AD$$

$\therefore ABCD$  একটি সম্বাহু

$$\text{এখন, } AC = BD$$

$$\text{অথবা } \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BD$$

$$\therefore AO = BO$$

$$\text{অথবা } \angle OBA = \angle OAB$$

$$\therefore \angle OBA = \angle OAB = 45^\circ$$

(4)

কম্প্লিমেন্ট

$$\angle OBC = \angle OCB = 45^\circ$$

$$\angle OBA + \angle OBC = 45^\circ + 45^\circ$$

$$\therefore \angle OBA + \angle OBC = 90^\circ$$

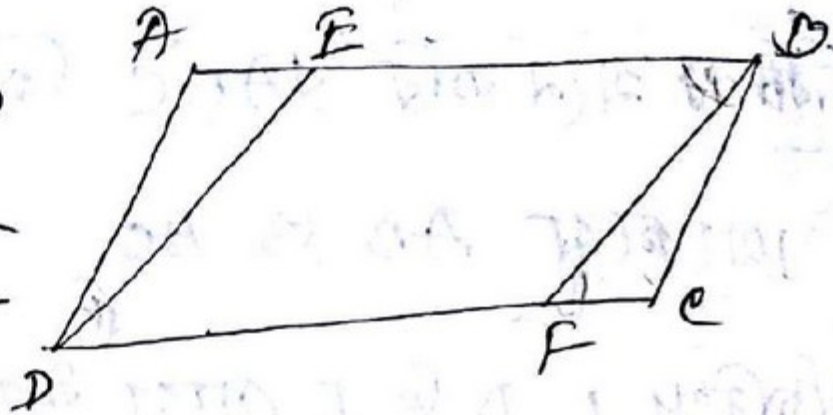
$$\therefore \angle ABC = 90^\circ$$

সুতরাং ABCD একটি বর্গ

ଭୂଗୋଳ - ୨ - ୧୨  
class - VIII

# ଉଦାହରଣ କର ଯେ, ଆୟତାକାରର ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ବିକର୍ଣ୍ଣ କେବଳ  
ଅଧାନ୍ୱିତରୁ ସମସ୍ତ ଉପାଦାନ

ବିଶ୍ଳେଷଣ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ: ଧ୍ୟାନ କର ଯେ  $ABCD$   
କେବଳ ଆୟତାକାର ।  $BF$  କେବଳ  
 $DE$  ଯେକୌଣସି ସମସ୍ତ ବିକର୍ଣ୍ଣ  
କେବଳ  $\angle CBA$  କେବଳ  $\angle ADC$  କେବଳ  
ଅଧାନ୍ୱିତରୁ ।



ଉଦାହରଣ:  $ABCD$  କେବଳ ଆୟତାକାର  
ତେଣୁ  $\angle ABC = \angle ADC$

$BF$  କେବଳ  $DE$  ଯେକୌଣସି ଅଧାନ୍ୱିତରୁ ସମସ୍ତରୁ,  
 $\therefore \angle EBF = \angle EDF$

$AB \parallel CD$  କେବଳ  $BF$  ଯେକୌଣସି କେବଳ  
 $\therefore \angle BCF = \angle FCE$  [ଅନ୍ତରାଳ]

$\angle EDF = \angle EBF = \angle BCF$

$\therefore \angle EDF = \angle BCF$

କିନ୍ତୁ ଏହା ଏକକ କେବଳ ଯେକୌଣସି  $DF$  କେବଳ  
ତେଣୁ  $DE \parallel BF$  (ଅନ୍ତରାଳ)

(5)

# চিত্রের দুই বাহুর মধ্যস্থিত অংশের সমানতা প্রমাণ করুন।  
বাহুর সমান্তরাল এক দিকে তা বোঝান।

বিশেষ্য নির্দেশ দান করি  $\triangle ABC$  কে

D ও E যথাক্রমে AB ও AC

বাহুর মধ্যস্থিত। D ও E যোগ করে

সংযুক্ত করি যেন  $EF = DE$  হয়

অঙ্কন C, F যোগ করি,

প্রমাণ  $\triangle ADE$  কে  $\triangle CEF$  তে

$$EF = DE \text{ (অঙ্কন অনুসারে)}$$

$$\angle AED = \angle CEF \text{ (বিকল্পী কোণের কারণে সমান)}$$

$$\angle ADE = \angle CFE \text{ (E, AC তে মধ্যস্থিত)}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CEF$$

যেহেতু  $FE$  ও  $AD$  বাহুর ছেদক  $FD$  এক

$$\angle ADE = \angle CFE \text{ (কোণের কোণ)}$$

$$\therefore AD \parallel FE$$

$$\therefore DB \parallel FC$$

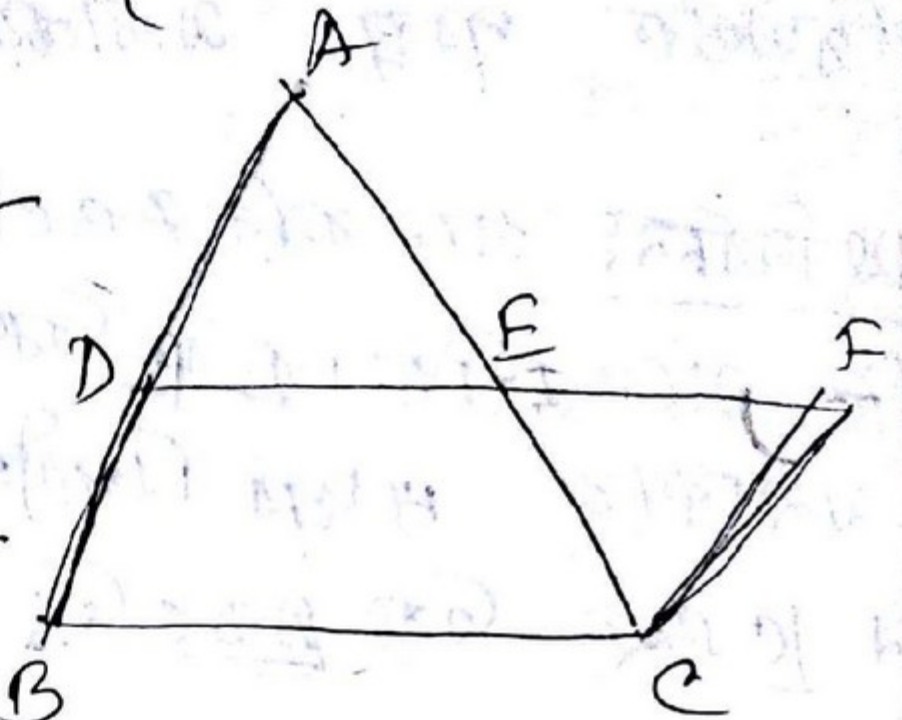
$$\text{অনুসরণ করে } DF \parallel BC$$

অতএব  $DF \parallel BC$  কোণে সমান্তরাল

$$\text{সুতরাং } DF = BC$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2} DF$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2} BC \text{ একে } DE \parallel BC \text{ (প্রমাণিত)}$$

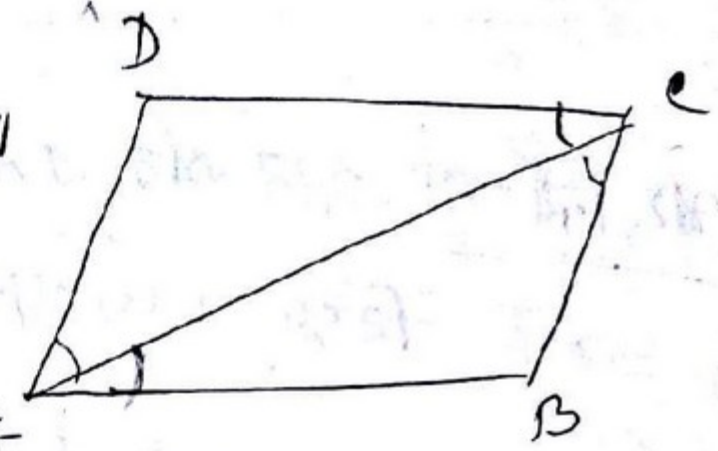


উদ্দেশ্য-৩৬  
class-VIII

# কোন চতুর্ভুজের দুইটি বিপরীত বাহু পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হলে, তার অন্য দুইটি বাহুও সমান ও সমান্তরাল হবে।

বিশেষ্য নির্দেশ: ধনে করি ABCD চতুর্ভুজ।

AB বাহু এবং DC বাহু পরস্পর সমান এবং সমান্তরাল। প্রমাণ করতে



যদি AC বাহু ও AD বাহু সমান ও সমান্তরাল,

প্রমাণ: A, C যোগ করি।

প্রমাণ: যেহেতু AB ও DC বিপরীত সমান্তরাল এবং AC আদ্য

সেদক, যেহেতু  $\angle BAC = \angle DCA$  [বিকল্প কোণ]

অতএব,  $\triangle ABC$  এবং  $\triangle ADC$  তে,

AB = DC, AC সাধারণ বাহু। অতএব  $\angle BAC = \angle DCA$

অতএব,  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$

সুতরাং BC = AD এবং  $\angle ACB = \angle CAD$

অতএব BC ও AD বিপরীত সমান্তরাল যেহেতু AC দ্বারা সৃষ্ট বিকল্প কোণ সমান।

কোনকালে- সমান হওয়ায়- BC ও AD বিপরীত সমান্তরাল

সুতরাং BC ও AD বাহু সমান এবং সমান্তরাল

প্রমাণিত

(৭)

#  $\triangle ABC$  এর অভ্যন্তরে  $D$  একটি বিন্দু,

প্রমাণ কর যে,  $AD + BD + CD > \frac{1}{2}(AB + AC + BC)$

বিশেষ নির্বাচনঃ ধ্যে করি  $\triangle ABC$  এর অভ্যন্তরে  
 $D$  একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে

যে,  $AD + BD + CD > \frac{1}{2}(AB + AC + BC)$

প্রক্রিয়াঃ  $A, D$ ;  $B, D$ ;  $C, D$  যোগ করি

প্রমাণঃ প্রমাণ জানি চিত্রের য-কোন  
দুই বাহুর সমষ্টি তার তৃতীয় বাহু  
অনধিক হয়

এখন,  $\triangle ABD$  এ,

$$AD + BD > AB \quad \text{--- (i)}$$

আবার  $\triangle BCD$  এ,  $BD + CD > BC \quad \text{--- (ii)}$

একই  $\triangle ACD$  এ,  $AD + CD > AC \quad \text{--- (iii)}$

$$\text{(i)} + \text{(ii)} + \text{(iii)}$$

$$AD + BD + BD + CD + AD + CD > AB + BC + AC$$

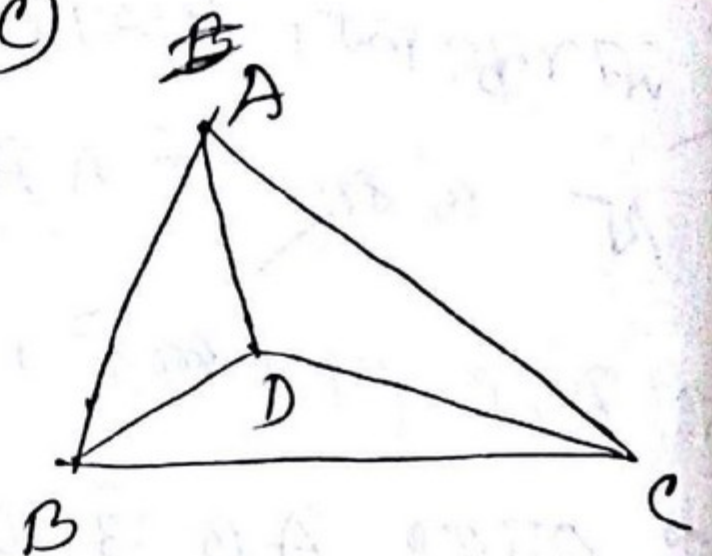
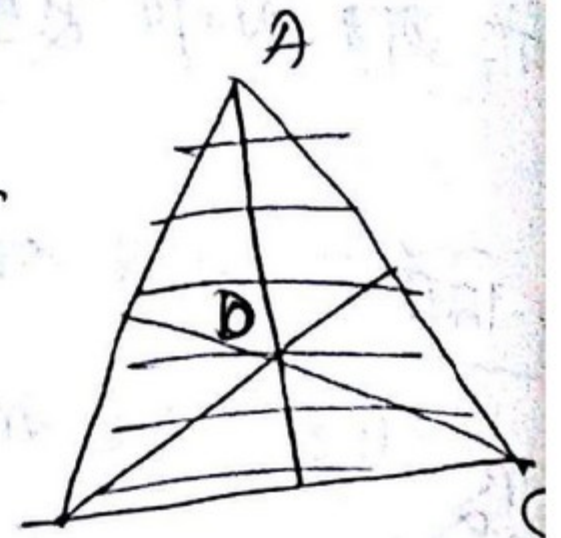
$$\text{অর্থাৎ, } 2AD + 2BD + 2CD > AB + BC + AC$$

$$\text{অর্থাৎ, } 2(AD + BD + CD) > AB + BC + AC$$

$$\text{অর্থাৎ, } AD + BD + CD > \frac{1}{2}(AB + BC + AC)$$

(৪)

প্রমাণিত



# প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের মধ্যস্থিতের সমষ্টি তার পারিসীমার  
ব্যাপ্তের ক্ষুদ্রতর,

বিশেষ্য নির্দেশ: ধ্যন করি,  $\triangle ABC$  ত্রিভুজের  
 $AD$ ,  $BE$  ও  $CF$  মধ্যমা,

প্রমাণ করতে হবে যে,

$$AD + BE + CF < AB + BC + AC.$$

অঙ্কন:  $AD$  কে  $G$  পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন,  $AD = DG$  হয়  
এক  $C$  এর যোগ করি,

প্রমাণ:  $\triangle ABD$  ও  $\triangle CDG$  এর মত  
 $AD = DG$  [অঙ্কনমুত্রে]

$$BD = DC$$

এক অঙ্কিত  $\angle ADB =$  অঙ্কিত  $\angle CDG$  (কোনদুই দ্বারা  
বিশেষীকৃত)

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDG$$

$$\therefore AB = CG$$

এখন,  $\triangle ACG$  তে  $AC + CG > AG$

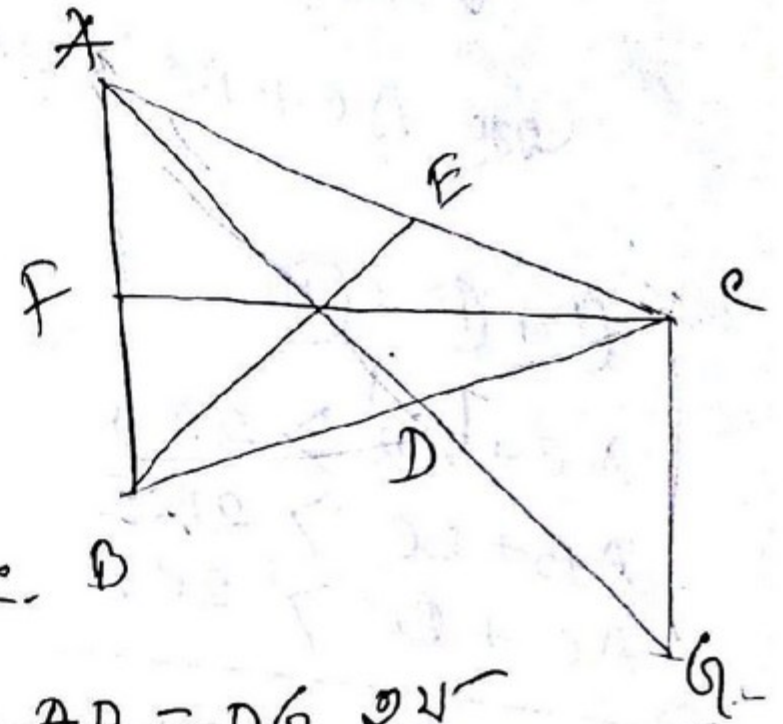
$$AC + AB > AD + DG \quad [AD + DG = AG]$$

$$\text{or, } AD + BE > AD + AD$$

$$\text{or } AC + AB > AD + AD$$

$$\therefore AC + AB > 2AD \quad \dots \quad (1)$$

(9)



এখন প্রমাণ করা যাক,

$$0 AB + BC \geq 2 BE \quad \text{--- --- (i)}$$

$$\text{এক } AC + BC \geq 2 CF \quad \text{--- --- (ii)}$$

$$(i) + (ii) + (iii)$$

$$AC + AB \geq 2AD$$

$$AB + BC \geq 2BE$$

$$AC + BC \geq 2CF$$

---


$$AC + AB + AB + BC + AC + BC \geq 2AD + 2BE + 2CF$$

$$\text{or, } 2AC + 2AB + 2BC \geq 2AD + 2BE + 2CF$$

$$\text{or, } 2(AB + BC + AC) \geq 2(AD + BE + CF)$$

$$\text{or, } AB + BC + AC \geq AD + BE + CF$$

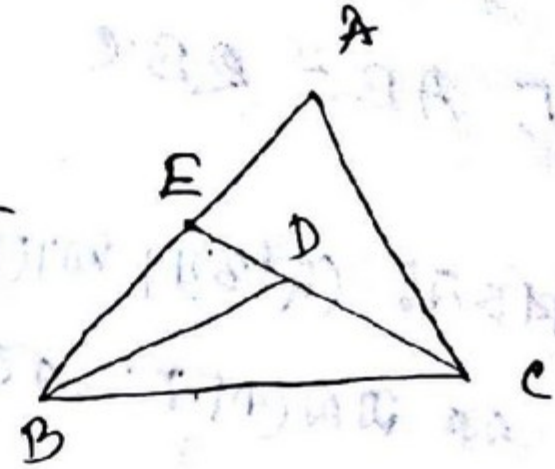
$$\therefore AD + BE + CF < AB + BC + AC$$

প্রমাণিত

(10)

#  $\triangle ABC$  এর অভ্যন্তরে  $D$  একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে  
 $AB + AC > BD + DC$

প্রঃ নিঃ সম্বন্ধে  $\triangle ABC$  এর অভ্যন্তরে  
 $D$  একটি বিন্দু।  $BD$  এবং  $CD$   
 যোগ করি।



প্রমাণ যাত হবে:  $AB + AC > BD + DC$

অঙ্কনঃ  $CD$  কে বর্ধিত করি যেন  $DA$  দূরত্ব সমান  $E$  বিন্দুতে

সমাপ্ত হয়।

প্রমাণঃ আশ্রয় জানি, দুইভুজের যেকোন দুই বাহু সমাপ্তি হয়—  
 বাহু অপেক্ষা বৃহত্তর।

$\therefore \triangle ACE$  এ

$$AC + AE > CE$$

$$\text{কি}; AC + AE > CD + DE \quad \text{--- ①}$$

আবার  $\triangle BED$  এ

$$BE + DE > BD \quad \text{--- ②}$$

① + ②

$$AC + AE + BE + DE > CD + DE + BD$$

$$\Rightarrow AC + AB + DE > CD + DE + BD$$

$$\Rightarrow AC + AB > CD + BD$$

প্রমাণিত



②



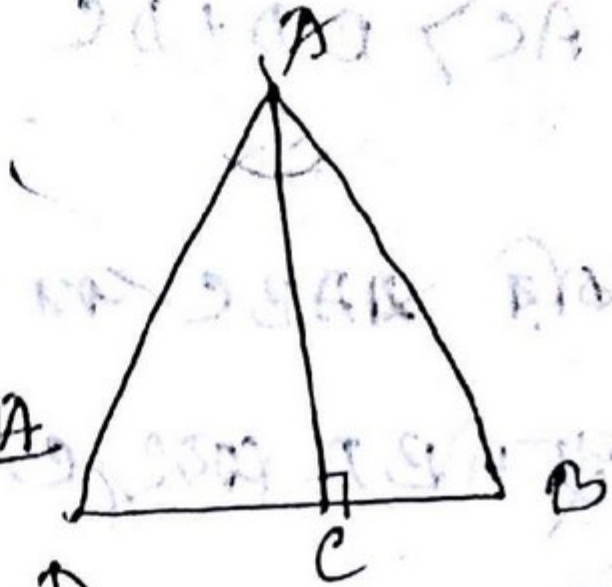
(12)

# চিহ্নে  $\angle C =$  এক সমকোণ এবং  $\angle B = 2\angle A$  প্রদান

সহ যে,  $AB = 2BC$

বিশেষ নির্বাচনঃ দেওয়া আছে

$\angle C =$  এক সমকোণ এবং  $\angle B = 2\angle A$



প্রদান করা হইবে যে,  $AB = 2BC$

প্রদানঃ  $BC$ , কে  $D$  পর্যন্ত বর্ধিত করি প্রদানদেব যেন

$CD = BC$  হয় এবং  $D, A$  যোগ করি

প্রদানঃ  $\angle ACB =$  এক সমকোণ হওয়ায়

$\angle ACD =$  এক সমকোণ [যেহেতু সুষম কোণ]

এখন  $ABC$  ও  $ADC$  সমকোণী ত্রিভুজ দুটির মধ্যে

$BC = CD$  এবং  $AC$  সাধারণ বাহু

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$

সুতরাং  $\angle B = \angle D$

এবং  $\angle BAC = \angle DAC$

$\therefore \angle BAD = \angle BAC + \angle DAC$

$= \frac{1}{2}\angle B + \frac{1}{2}\angle B$

$= \angle B$

অতএব,  $\triangle ABD$  এ,  $\angle B = \angle D = \angle DAB$  হওয়ায় ত্রিভুজটি সমকোণী

$\therefore AB = BD$   
 $= BC + CD$   
 $= BC + BC$  [ $CD = BC$ ]  
 $= 2BC$  সিদ্ধান্ত

#  $\triangle ABC$  এ,  $AB > AC$  এবং  $A$  এর সমদ্বিখলক  $AD$ ,  $BC$  বিন্দু  $D$  বিন্দুতে ছেদ করে। অতএব কয় যে,  $\angle ADB =$  সূর্যকোণ।

বিশেষ্য নির্বচনঃ ধ্যেয় করি  $\triangle ABC$  এর

$AB > AC$ ,  $\angle BAC$  এর সমদ্বিখলক

$AD$ ,  $BC$  কে  $D$  বিন্দুতে ছেদ

করেছে। অতএব কয় যে,  $\angle ADB$  একটি সূর্যকোণ।

অঙ্কনঃ  $A$  বিন্দুতে  $AE \perp BC$  আঁকি যা  $BC$  কে  $E$  বিন্দুতে ছেদ করে।

অতএবঃ  $AE \perp BC$

$$\therefore \angle AED = 90^\circ$$

$\triangle ADE$  এর বহিঃস্থ  $\angle ADB >$  ~~এক সমকোণ~~  $\angle AED$  বিদ্যমান।

$\therefore \angle ADB >$  এক সমকোণ  $[\because \angle AED = 90^\circ]$

অতএব,  $\angle ADB + \angle ADC =$  দুই সমকোণ

$\therefore \angle ADB <$  দুই সমকোণ

যেহেতু  $\angle ADB >$  এক সমকোণ ও  $\angle ADB <$  দুই সমকোণ

$\therefore \angle ADB$  একটি সূর্যকোণ।

অতএবঃ

(13)



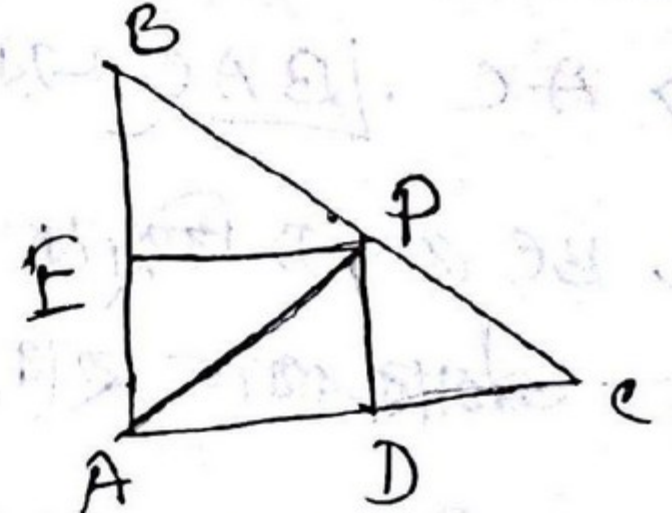
#  $\triangle ABC$  একটি সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ।  $BC$  এর  
অতিভুজ  $P$ ,  $BC$  এর উপর যেকোন বিন্দু।

প্রমাণ কর যে,  $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$

বিভিন্ন নির্বচনঃ মনে করি,  $\triangle ABC$  একটি

সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজ। এর

$AB = AC$  এবং  $BC$  অতিভুজ।  $P, BC$



এর উপর যেকোন বিন্দু।  $P-A$  যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে,  $PB^2 + PC^2 = 2PA^2$

অঙ্কনঃ  $P$  হতে  $AB$  এর উপর  $PE$  এবং  $AC$  এর

উপর  $PD$  লম্ব টানি।

প্রমাণঃ  $\triangle ABC$  এর  $\angle A = 90^\circ$  এবং  $AB = AC$  সুতরাং

$\angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$

এখন  $\triangle PDC$  এর  $\angle D = 90^\circ$  [ $PD \perp AC$  হওয়ায়]

সুতরাং  $\angle DPC = \angle DCP = 45^\circ$

$$PD = CD$$

একই কারণে  $PBE$  সমকোণী ত্রিভুজে  $PE = BE$

$PDC$  সমকোণী ত্রিভুজে  $PC$  সমকোণী  $\angle$  অতিভুজ

$$\begin{aligned} \text{সুতরাং } PC^2 &= PD^2 + CD^2 \\ &= PD^2 + PD^2 \\ &= 2PD^2 \end{aligned}$$

আবার  $PBE$  সমকোণী ত্রিভুজে  $PB$  অতিভুজ

(14)

$$\begin{aligned}
 PB^2 &= BE^2 + PE^2 \\
 &= PE^2 + PE^2 \\
 &= 2PE^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 PB^2 + PC^2 &= 2PD^2 + 2PE^2 \\
 \Rightarrow PB^2 + PC^2 &= 2(PD^2 + PE^2) \quad \text{--- (1)}
 \end{aligned}$$

এখন, ADPE ত্রিভুজ  $BE = AE = DE$  = এক সমকোণী  
 ত্রিভুজ ADPE একটি ত্রিভুজ

$$\therefore PE = AD$$

① নাক্ষত্র হতে,

$$\begin{aligned}
 PB^2 + PC^2 &= 2(PD^2 + PE^2) \\
 &= 2(PD^2 + AD^2) \quad \text{--- (11)}
 \end{aligned}$$

ADP সমকোণী ত্রিভুজ PA ত্রিভুজ ত্রিভুজ  
 $PA^2 = AD^2 + PD^2$

এখন, ① নাক্ষত্র থেকে:

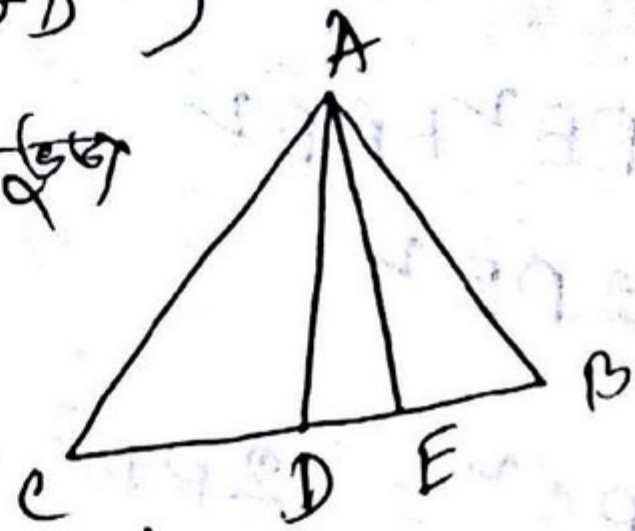
$$\begin{aligned}
 PB^2 + PC^2 &= 2(PD^2 + AD^2) \\
 \therefore PB^2 + PC^2 &= 2PA^2
 \end{aligned}$$

প্রমাণিত

(15)

II  $\triangle ABC$  এর  $AD$  একটি মধ্যমা, দেখাও যে,  
 $AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$

বিশেষ নির্ধারণ: দেখা যাচ্ছে, ত্রিভুজ  
 $ABC$  এর  $AD$  একটি মধ্যমা  
 প্রমাণ করতে হবে যে,



$$AB^2 + AC^2 = 2(BD^2 + AD^2)$$

অঙ্কন: A থেকে  $AE \perp BC$  যাঁকি

প্রমাণ: যেহেতু  $AE \perp BC$

সেহেতু  $\triangle AEB = \triangle AEC =$  এক মন্বকোন  
 এখন, মন্বকোণী  $\triangle AED$  এর অতিদ্বী  $AD$

$$\therefore AD^2 = AE^2 + DE^2$$

আবার, মন্বকোণী  $\triangle AEB$  এর অতিদ্বী  $AB$

$$\begin{aligned} \therefore AB^2 &= AE^2 + BE^2 \\ &= AE^2 + (BD - DE)^2 \\ &= AE^2 + BD^2 - 2BD \cdot DE + DE^2 \quad \text{--- (i)} \end{aligned}$$

এক মন্বকোণী  $\triangle AEC$  এর অতিদ্বী  $AC$

$$\begin{aligned} \therefore AC^2 &= AE^2 + CE^2 \\ &= AE^2 + (CD + DE)^2 \\ &= AE^2 + CD^2 + 2CD \cdot DE + DE^2 \\ &= AE^2 + BD^2 + 2BD \cdot DE + DE^2 \quad [CD = BD] \quad \text{--- (ii)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(i) + (ii)} \quad AB^2 + AC^2 &= 2AE^2 + 2BD^2 + 2DE^2 \\ &= 2BD^2 + 2(AE^2 + DE^2) \\ &= 2BD^2 + 2AD^2 \quad [AD^2 = AE^2 + DE^2] \\ &= 2(BD^2 + AD^2) \end{aligned}$$

(16)

প্রমাণিত

#  $ABC$  ত্রাকোণী ত্রিভুজ  $A$  = মধ্যকোন,  $BE$  ও  $CF$

স্থিতি। প্রমাণ কর যে,  $4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$

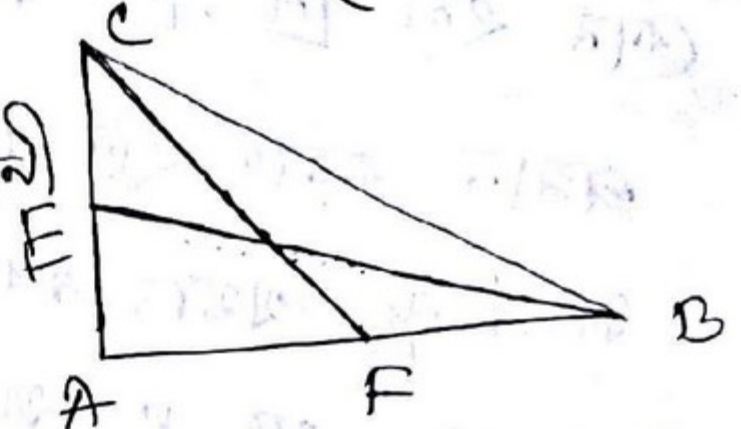
অথবা, ত্রাকোণী ত্রিভুজ ত্রাকোন মূল্যে বহুদ্বারা উৎপন্ন আকিত  
স্থিতি-সাদৃশ্যে বর্জের মধ্যস্থিতির সাহায্যে উক্ত প্রমাণ বহু বর্জের পাঁচদ্বারা  
প্রমাণ।

বিজ্ঞপ্তি নির্বচনঃ দেয়া আছে,  $ABC$  ত্রাকোণী

ত্রিভুজ  $A$  = এক মধ্যকোন।  $BE$

ও  $CF$  স্থিতি। প্রমাণ করতে হবে

যে,  $4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$



প্রমাণঃ ত্রাকোণী  $\triangle ABE$  এ,  $BE^2 = AB^2 + AE^2$  ... ①

এক ত্রাকোণী  $\triangle ACF$  এ,  $CF^2 = AC^2 + AF^2$  ... ②

① + ②

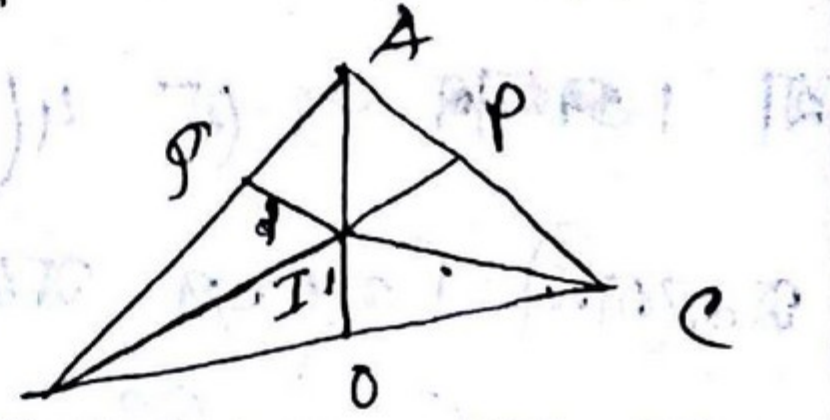
$$\begin{aligned} BE^2 + CF^2 &= AB^2 + AE^2 + AC^2 + AF^2 \\ \Rightarrow 4(BE^2 + CF^2) &= 4(AB^2 + AE^2 + AC^2 + AF^2) \\ &= 4(AB^2 + AC^2) + 4AE^2 + 4AF^2 \\ &= 4(AB^2 + AC^2) + (2AE)^2 + (2AF)^2 \\ &= 4BC^2 + AC^2 + AB^2 \\ &= 4BC^2 + BC^2 \\ &= 5BC^2 \end{aligned}$$

$$4(BE^2 + CF^2) = 5BC^2$$

(17)

প্রমাণিত

# প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের কোনদুইটির অন্তঃস্থস্থানাংক  
অন্যবিন্দু।



বিশেষ নির্বাচনঃ  $\triangle ABC$  এর তিনটি  
কোন হল  $A, B$  এবং  $C$

প্রমাণ করতে হবে যে,  $A, B, C$  এর অন্তঃস্থস্থানাংক

অন্যবিন্দু অর্থাৎ এক বিন্দুস্বায়ী হবে।

অঙ্কনঃ  $BC$  এবং  $C$  এর অন্তঃস্থস্থানাংক যথাক্রমে  $BT$  এবং

$CT$  আঁকি যেন তারা  $T$  বিন্দুতে ছেদ করে।  $A, T$  যোগ করি  
 $T$  বিন্দু হতে  $BC, CA, AB$  এর উপর যথাক্রমে  $TO, TP$

এবং  $TQ$  অঙ্ক আঁকি।

প্রমাণঃ যেমনটা জানি, পরস্পরস্বয়ী দুটি অন্তঃস্থস্থানাংক

যেকোনো অন্তঃস্থস্থানাংক কোন বিন্দুতে অসম্মিলন ঘটাবে  
নির্দিষ্ট রেখা দুটির অন্তর্ভুক্ত কোনো অন্তঃস্থস্থানাংক হওয়া

$BT$  পরস্পরস্বয়ী  $AB$  এবং  $BC$  রেখার উপর অন্তর্ভুক্ত  $ABC$  এর  
অন্তঃস্থস্থানাংক। সুতরাং  $BT$  এর উপর যেকোন বিন্দু  $AB$  এবং  
 $AC$  থেকে অন্তঃস্থস্থানাংক।  $\therefore TO = TP$  --- (i)

কিছুটা  $CT$  পরস্পরস্বয়ী  $BC$  এবং  $AC$  রেখার উপর  
অন্তর্ভুক্ত  $ABC$  এর অন্তঃস্থস্থানাংক। সুতরাং  $CT$  এর উপর  
যেকোন বিন্দু  $BC$  এবং  $AC$  থেকে অন্তঃস্থস্থানাংক।

$TO = TP$  --- (ii)। (i) এবং (ii) হতে ফলস্বরূপ পাই-

$TO = TP$ , অর্থাৎ  $T$  বিন্দু থেকে  $AB$  এবং  $AC$  সমদূরত্বের উপর  
এক বিন্দু থেকে  $AB$  এবং  $AC$  রেখার উপর দূরত্ব সমান।

∴ I ବିନ୍ଦୁ ~~AB~~ AB ଏବଂ AC ଏବଂ BA ଓ CA  
 ଏବଂ ଅନନ୍ତରାଳରେ ଥିବା ଏକାନ୍ତରାଳ ।

ସୂତ୍ର AI, IA ଏବଂ ଅନନ୍ତରାଳ ।

∴ IA ଏବଂ IC ଅନନ୍ତରାଳର ଓକି ବିନ୍ଦୁ I ଓ ଶାନ୍ତି  
ହେଉ । ଏହା ତାହା ଅନନ୍ତରାଳ ।

(19)

# 0 কেন্দ্র বিশিষ্ট  $ABCD$  বৃত্ত  $\angle ADB + \angle BDC =$  এক সমকোণ  
 প্রমাণ কর যে,  $A, O$  এবং  $C$  এক সরলরেখায় অবস্থিত।

-বিশেষ্য নির্দেশ দেয়া আছে  $A$  কেন্দ্র

-বিশিষ্ট বৃত্ত  $ABCD$  বৃত্ত

$\angle ADB + \angle BDC =$  এক সমকোণ

বা  $\angle ADC =$  এক সমকোণ, প্রমাণ করতে হবে যে,  $A, O$   
 এবং  $C$  এক সরলরেখায় অবস্থিত।

অতএব  $A, C$  যোগ করি,

প্রমাণ:  $\angle ADB + \angle BDC =$  এক সমকোণ

বা  $\angle ADC =$  এক সমকোণ

কিন্তু আমরা জানি, অর্ধবৃত্তকোণ এক সমকোণ  
 $\therefore \angle ADC =$  অর্ধবৃত্তকোণ

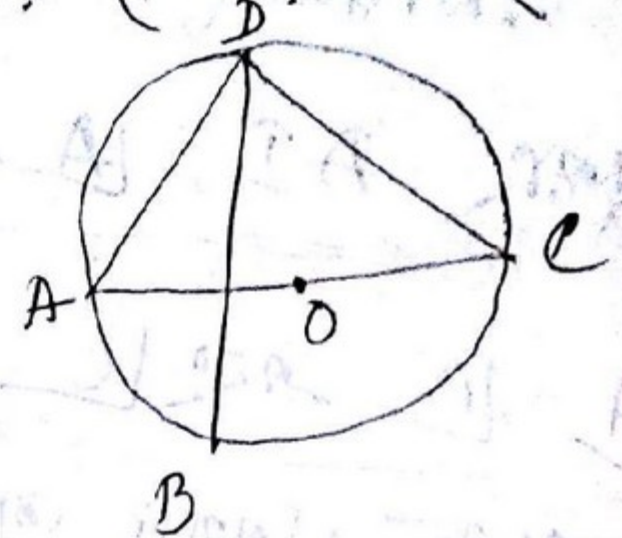
অতএব  $AC =$  বৃত্তের দাম

অর্থাৎ বৃত্তের কেন্দ্র  $O$  দাম  $AC$  এর উপর অবস্থিত।

$\therefore A, O$  এবং  $C$  এক সরলরেখায় অবস্থিত।

(20)

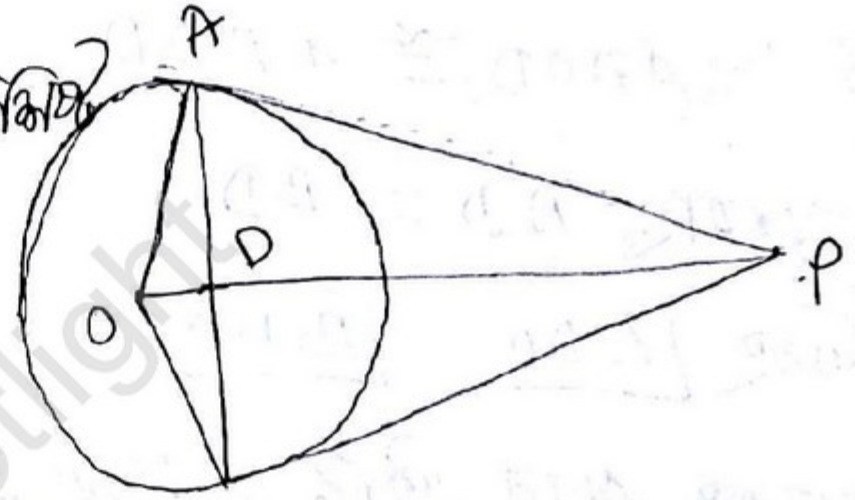
প্রমাণিত



# ০ কেন্দ্র বিশিষ্ট একটি বৃত্তের বাহ্যিক কোন বিন্দু  $P$  থেকে বৃত্তে দুটি স্পর্শক টানা হল। প্রমাণ কর যে  $OP$  মধ্যলিঙ্গা স্পর্শক জ্যা  $AB$ -এর লম্বসদৃশিত্বক।

অথবা: প্রমাণ কর যে বৃত্তের বাহ্যিক কোন বিন্দু থেকে ওয়ে বৃত্তে দুটি স্পর্শক টানলে কেন্দ্র ও ঐ বিন্দুর মধ্যবর্তী মধ্যলিঙ্গা উৎপন্ন স্পর্শক জ্যা-এর লম্বসদৃশিত্বক।

বিশেষ নির্দেশ: ধনে করি ০ কেন্দ্রবিশিষ্ট  $ABC$  বৃত্তের বাহ্যিক বিন্দু  $P$  থেকে দুটি স্পর্শক  $PA$  ও  $PB$  বৃত্তকে যথাক্রমে  $A$  ও  $B$  বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।  $D$   $A$  ও  $B$  যোগ করার স্পর্শ জ্যা  $AB$  মধ্যলিঙ্গা (ডাল)।  $P, O$  যোগ করি।  $OP$  মধ্যলিঙ্গার স্পর্শ জ্যা  $AB$  কে  $D$  বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে  $OP, AB$  স্পর্শ জ্যা  $AB$  এর লম্বসদৃশিত্বক।



প্রমাণ:  $O, A$  এবং  $O, B$  যোগ করি।

অথবা: যেহেতু বৃত্তের বাহ্যিক বিন্দু  $P$  থেকে  $PA$  ও  $PB$  দুটি স্পর্শক

$$\therefore PA = PB$$

এখন,  $\triangle POA$  এবং  $\triangle POB$ -এ

(২১)

$$PA = PB, OA = OB$$

এক OP অঙ্কন করি

$$\therefore \triangle POA \cong \triangle POB$$

$$\therefore \angle AOP = \angle BOP$$

$$\text{অর্থাৎ } \angle AOD = \angle BOD \quad \dots \dots \textcircled{1}$$

এখন  $\triangle AOD$  ও  $\triangle BOD$  -  $OA = OB$ ,  $OD$  অঙ্কন করি

$$\text{এক অঙ্কন করি } \angle AOD = \angle BOD$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle BOD$$

$$\text{সুতরাং } AD = BD$$

$$\text{এক } \angle ADO = \angle BDO$$

যেহেতু কোন বিন্দু থেকে দু'টি সমান দূরত্ব কোন এক  
বিন্দু পর্যন্ত সমান, সুতরাং একই বিন্দু  
এক সমকোণ।

$\therefore OP$  রেখা  $AB$  রেখার লম্বসম্বন্ধিতক- অর্থাৎ

$OP$  রেখা,  $AB$  রেখা  $AB$  এর লম্বসম্বন্ধিতক।

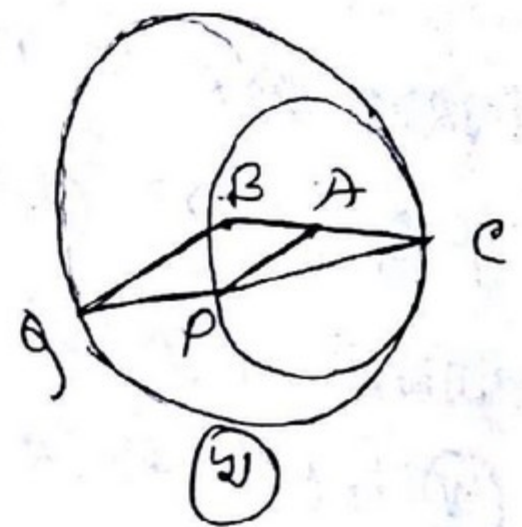
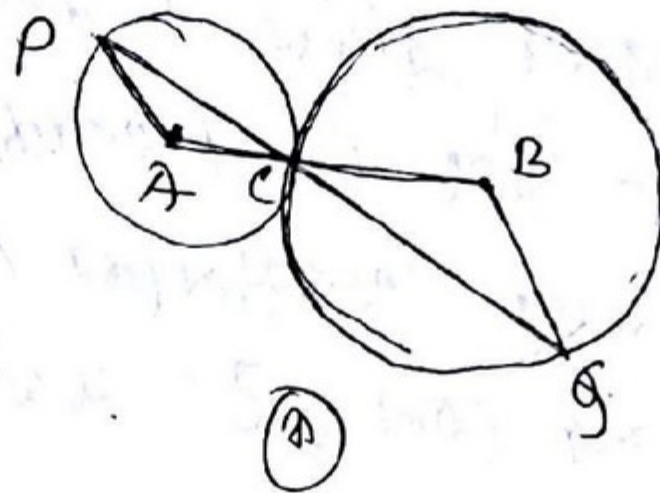
(22)

অমাবস্যা

# দেয়া আছে,  $A$  ও  $B$  বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্র এবং  $C$  বৃত্তদ্বয়ের স্পর্শবিন্দু  
 $E$  বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত রেখার বৃত্তদ্বয়কে  $P$  ও  $Q$  বিন্দুতে ছেদ করেছে।  
 প্রমাণ কর যে,  $AP \parallel BQ$

বিশেষ্য নির্দেশ:

দেয়া আছে  $A$  ও  $B$   
 কেন্দ্রবিশিষ্ট দুটি বৃত্ত  $C$   
 বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।



$E$  বিন্দু দিয়ে অঙ্কিত  $PQ$  রেখার বৃত্ত দুটিকে  $P$  ও  $Q$  বিন্দুতে ছেদ  
 করেছে,  $A, P$  এবং  $B, Q$  যোজ্য করি। প্রমাণ করতে হবে যে,  $AP \parallel BQ$   
অঙ্কন:  $A, C; B, C$  যোজ্য করি।

প্রমাণ: যেহেতু  $A$  ও  $B$  কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তদ্বয়  $C$  বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।  
 যেহেতু  $A, B$  আর  $C$  বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত।

অতএব,  $\triangle ACP$  এ  $AP = AC$ ,

$$\therefore \angle ACP = \angle APC, \text{ সুতরাং } \angle ACP = \angle BCQ$$

অনুরূপভাবে,  $\triangle BCQ$  এ,

$$\therefore \angle BCQ = \angle BQC$$

$$\text{কিন্তু } \angle ACP = \angle BCQ$$

$$\therefore \angle APC = \angle BQC$$

(২৩)

[অন্তঃস্বাক্ষরিত বেনাম- (১) ছিল অনুসন্ধান কোন এক  
বহিঃস্বাক্ষরিত বেনাম- (২) ছিল বিতরণ কোন এক]

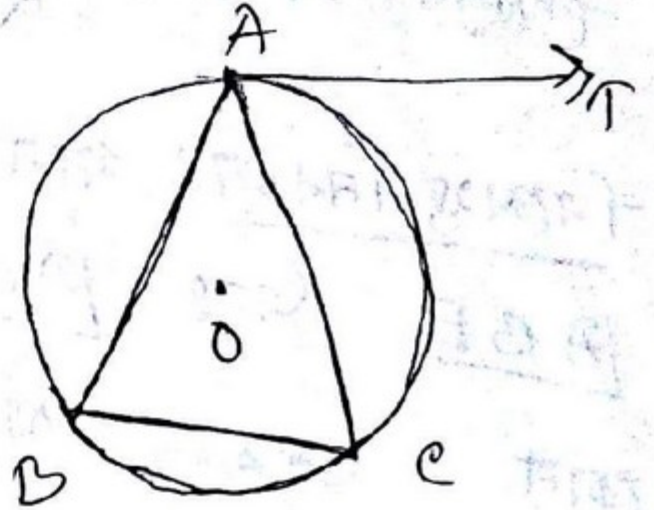
অর্থাৎ AP ও OR বেদ্য দুটিকে অনুসন্ধান কোন এক  
PR বেদ্য ছেদ করে- এক উৎপন্ন একান্ত কোন দুটি  
অর্থনৈতিক (১) ছিল। আর অন্তঃস্বাক্ষরিত বেনাম- অর্থাৎ  
(২) ছিল উৎপন্ন অনুসন্ধান কোন দুটি অর্থনৈতিক।

∴ উৎপন্ন অর্থনৈতিক, AP II PR

**অর্থনৈতিক**

(24)

#  $AB$  ও  $AC$  কোন দুটি সমান জো। এখন  $BC$  রেখা  $A$  বিন্দুত  $BC$  রেখার সমান্তরাল,  $AT$  অঙ্কিত।



বিশেষ্য নির্দেশ মনে করি,  $O$  কেন্দ্রবিন্দু।  
 $ABC$  দুটি সমান জো  $AB$  ও  $AC$   
 $BC$  রেখা  $A$  বিন্দুত অঙ্কিত  
 $AT$ । এখন  $BC \parallel AT$

প্রমাণ:  $\triangle ABC$  ত,  $AB = AC$   
 $\therefore \angle ACB = \angle ABC$  [দুইটি সমান সমান বাহুর  
 বিপরীত কোণ-দ্বারা সমান]

এখন,  $ABC$  দুটি সমান  $AT$  অঙ্কিত  $AC$   
 সমান্তরাল রেখা।

$\therefore \angle CAT = \angle ACB$  [অভ্যন্তরীণ কোণ-দ্বারা সমান]

অথ,  $\angle CAT = \angle ABC$  [কোন  $\angle ACB = \angle ABC$ ]

কিন্তু  $\angle CAT = \angle ACB$

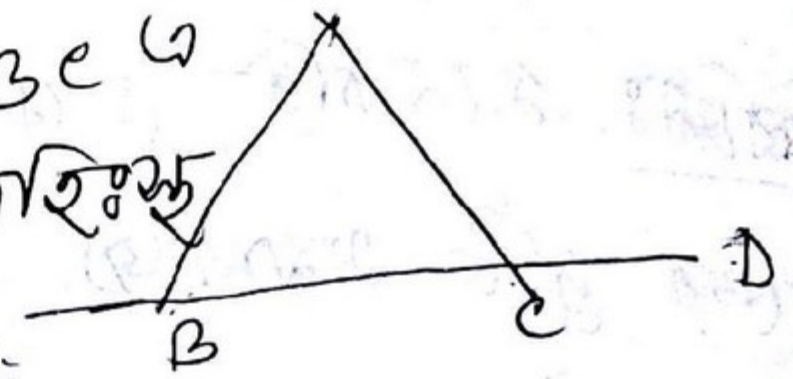
$BC \parallel AT$

প্রমাণিত

(25)

# প্রমাণ কর- যে ত্রিভুজের যেকোন দুইটি বাহুর  
কোণের সমষ্টি দুই অমাকোন বাহুর বৃদ্ধি।

বিশেষ্য নির্বচনঃ যেন করি  $\triangle ABC$  এ  
 $\angle ABE$  এবং  $\angle ACD$  দুইটি বাহুর



কোন । প্রমাণ করতে হবে  $E$ -  
যে,  $\angle ABE + \angle ACD >$  দুই অমাকোন

প্রমাণঃ  $\triangle ABC$  এ বাহুর  $\angle ABE > \angle ACB$

$$\text{বা, } \angle ABE + \angle ACD > \angle ACB + \angle ACD$$

$$\text{অ, } \angle ABE + \angle ACD > \text{দুই অমাকোন} \quad \text{--- (i)}$$

আবার,  $\triangle ABC$  এ বাহুর

$$\angle ACD > \angle ABC$$

$$\text{অ, } \angle ABE + \angle ACD > \angle ABC + \angle ABE$$

$$\angle ABE + \angle ACD > \text{দুই অমাকোন} \quad \text{--- (ii)}$$

$$\text{(i) + (ii)} \quad 2(\angle ABE + \angle ACD) > 4 \text{ অমাকোন}$$

$$\therefore \angle ABE + \angle ACD > 2 \text{ অমাকোন}$$

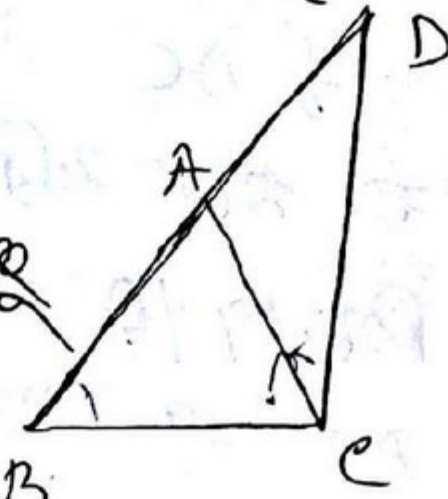
প্রমাণিত

(26)

#  $\triangle ABC$  সম্বন্ধিত্বিত্ব বিবৃতি  $A$  কোণবিন্দু এবং  $BA$  বিন্দু  
 $D$  পর্যন্ত বর্ধিত করা হয়। যেন  $BA = AD$  হয়। প্রমাণ  
 করা যে,  $\angle BCD$  সমকোণ।

বিশেষ্য নির্বাচন: ধ্যনে করি,  $\triangle ABC$  সম্বন্ধিত্বিত্ব

-বিবৃতি  $AB = AC$ ।  $A$  কোণবিন্দু  $B$



এবং  $BA$  বিন্দু  $D$  পর্যন্ত বর্ধিতভাবে বর্ধিত করা হয় যেন

~~$BA = AD$~~   $BA = AD$ ।  $C, D$  যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে,

$\angle BCD = 90^\circ$  সমকোণ।

প্রমাণ:  $\triangle ABC$  এর,  $AB = AC$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB \quad \dots \textcircled{1}$$

আবার,  $\triangle ADC$  এর  $AD = AC$  [সম্বন্ধিত্বিত্ব বাল্য]

$$\therefore \angle ACD = \angle ADC$$

$$\text{অথ, } \angle ADC = \angle ACD \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$

$$\angle ABC + \angle ADC = \angle ACB + \angle ACD$$

$$\angle ABC + \angle ADC = \angle BCD \quad \text{অথ, } \angle DBC + \angle BDC = \angle BCD$$

$$\angle BCD + \angle BDC + \angle DBC = 180^\circ$$

$$\text{অথ, } \angle BCD + \angle BCD = 180^\circ$$

$$2 \angle BCD = 180^\circ$$

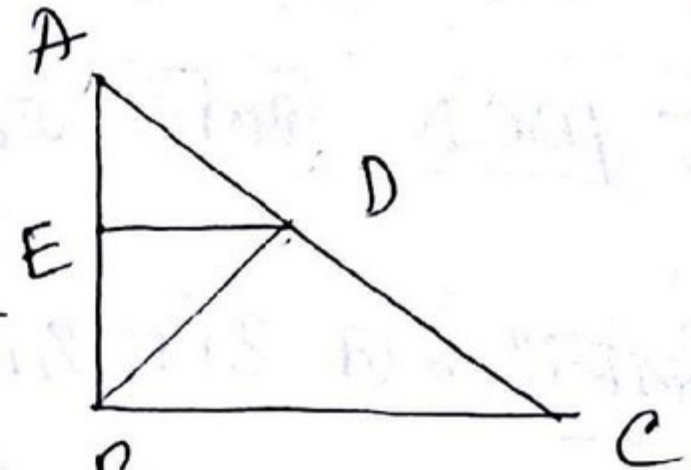
$$\therefore \angle BCD = 90^\circ \text{ সমকোণ}$$

(২৭)

প্রমাণিত

# চিহ্ন  $ABC$  ত্রিভুজের  $BC$  = এক অক্ষাংশ এবং  $D$ ,  
 অতিভুজ  $AC$  এর  $\frac{1}{2}$  অর্ধবিন্দু। প্রমাণ কর যে,

$$BD = \frac{1}{2} AC$$



বিশেষ নির্বাচনঃ মনে করি,  $ABC$

অক্ষাকোণী ত্রিভুজ  $BC$  = এক অক্ষাংশ

$D$  অতিভুজ  $AC$  এর  $\frac{1}{2}$  অর্ধবিন্দু।  $BD$  ও

যোগ করি।  $E$  অতিভুজ  $AB$  এর অতিভুজ অর্ধবিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে  $BD = \frac{1}{2} AC$

অঙ্কনঃ  $AB$  এর অর্ধবিন্দু  $E$  নেই।  $E, D$  যোগ করি।

প্রমাণঃ  $ED \parallel BC$  [ $ED, AB$  ও  $AC$  অর্ধবিন্দুর সংযোগক-  
 অক্ষাংশ]

যেহেতু  $BC, AB$  এর উপর অক্ষ  
 অক্ষাংশ,  $ED, AB$  এর উপর অক্ষ

এক  $\angle AED$  এবং  $\angle BED$  উভয়ে অক্ষাকোণী,

এখন  $\angle AED$  ও  $\angle BED$  এর,  $AE = BE, ED = ED$

এক অন্তর্ভুক্ত  $\angle AED = \text{অন্তর্ভুক্ত } \angle BED$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle BED$$

$$\text{সুতরাং } AD = BD$$

$$BD = \frac{1}{2} AC$$

প্রমাণিত

# দুইটি অসামান্তিক বৃত্তের কেন্দ্রের AB জ্যা. অন্তর্গত C ও D বিন্দুকে চোদ করে। প্রমাণ কর যে  $AC = BD$

বিভাজ্য নির্ধারন যেন করি ABF ও CED গ

যে দুইটি বৃত্তের অসামান্তিক কেন্দ্র

O কেন্দ্র কেন্দ্র। AB, CD গ বৃত্তকে

C ও D বিন্দুতে চোদ করে। প্রমাণ করতে

হবে যে,  $AC = BD$

প্রমাণ O হতে AB লম্ব উল্লিখ- OE লম্ব টানি। O, A; O, B;

O, C এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ  $\triangle AOE$  ও  $\triangle BOE$  অসামান্তিক ত্রিভুজ।

কারণ  $OA = OB$  [বৃত্তের কেন্দ্র থেকে কেন্দ্রীয় ব্যাসার্ধ]

$OE = OE$  [সাধারণ বাস্তব]

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle BOE$

$\therefore AE = BE$

এখন  $\triangle COE$  ও  $\triangle DOE$  অসামান্তিক ত্রিভুজ নিয়ে প্রমাণ

করা যায় যে,  $CE = DE$

এখন,  $AE = BE$

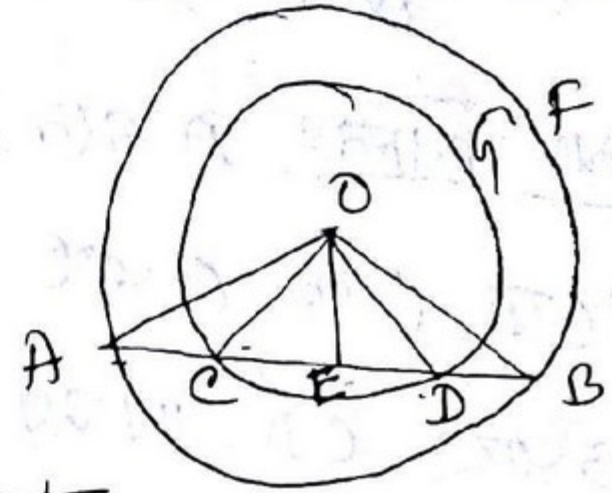
অ.  $AC + CE = BD + DE$

অ.  $AC + DE = BD + DE$  [ $CE = DE$ ]

$\therefore AC = BD$

প্রমাণিত

(29)



# দেওয়া যে, কামের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত  
দিক দৃষ্টি মমান জা যেজন মমান জা মমান

বিশেষ নির্চনঃ ম মান করি  $ABCD$

হলের কেন্দ্র  $O$  এবং  $AD$  কাম  $M$

$AB$  এবং  $CD$  কামের বিপরীত দিক

দৃষ্টি মমান জা। মমান মমান হলে যে  $AB \parallel CD$

যেজন  $O$  হলে  $AB$  এর উপর  $OM$  এবং  $CD$  এর উপর  $ON$

মমান যাঁকি।

অমানঃ  $\triangle OAM$  এবং  $\triangle ODN$  এর মমান  
 $OM = ON$  [মমান মমান জা কেন্দ্র হলে মমান  
হুকুমী]

$$OA = OD$$

$$\text{এবং } AM = ND$$

$$\therefore \triangle OAM \cong \triangle ODN$$

$$\therefore \angle OAM = \angle ODN$$

যেহেতু কোনদুই একান্তর এবং  $AD$  ছেদক

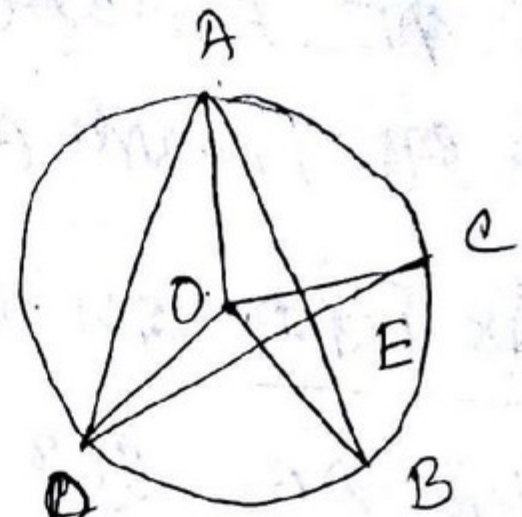
$$\therefore AB \parallel CD$$

অমানিঃ

৩০

অমানিঃ

# AB ও CD দুইটি জ্যা হওয়া ব্যতীত E বিন্দুতে ছেদ করে,  
 প্রমাণ কর যে, AC ও BD মধ্যস্থ কোণে যে দুইটি কোণ উৎপন্ন  
 করে তাদের সমষ্টি  $\angle AEC$  এর দ্বিগুন



বিশেষ নির্দেশ: যখন করি O কেন্দ্রবিন্দু  
 ABCD হলে AB ও CD জ্যা দুইটি  
 হওয়া ব্যতীত E বিন্দুতে ছেদ করে,  
 প্রমাণ করতে হবে যে, AC ও BD মধ্যস্থ কোণে যে দুইটি  
 কোণ উৎপন্ন করে  $\angle AEC$  এর দ্বিগুন অর্থাৎ

$$\angle AOC + \angle BOD = 2\angle AEC$$

অধিকার: O, A; B, O; O, C; O, D বিন্দু A, D যোগ করে,

প্রমাণ: যেহেতু চাপ AC এর কেন্দ্র দ্বারা সমান কোণে  $\angle AOC$   
 এবং  $\angle ADC$

$$\therefore \angle AOC = 2\angle ADC = 2\angle ADE \quad \dots (1)$$

$$\therefore \angle BOD = 2\angle BAD = 2\angle EAD \quad \dots (2)$$

কিন্তু  $\angle AED$  বা,  
 অর্থাৎ  $(\angle EAD + \angle ADE) =$  বহিঃস্থ  $\angle AEC$

$$\text{① নং ② নং হতে,}$$

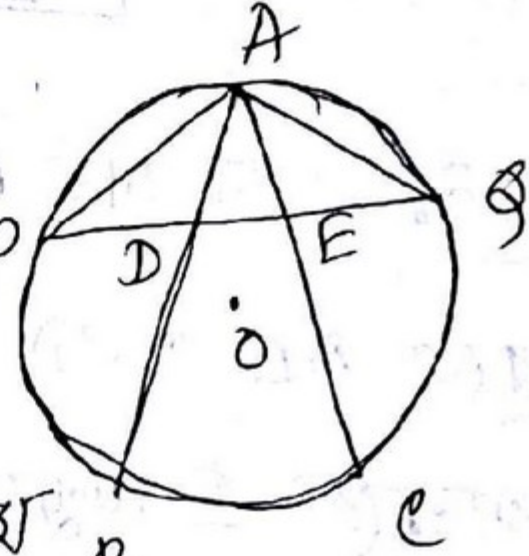
$$\angle AOC + \angle BOD = 2(\angle ADE + \angle EAD)$$

$$\angle AOC + \angle BOD = 2\angle AEC$$

[প্রমাণিত]

(31)

#  $AB$  ও  $AC$  কোণ দুটির দুইটি জ্যা এবং  $P$  ও  $Q$  যথাক্রমে  $AB$  ও  $AC$  চিত্র বৈশিষ্ট্য দুইটির ঋণাত্মক  $PQ$  জ্যা  $AB$  ও  $AC$  জ্যা-কে যথাক্রমে  $D$  ও  $E$  বিন্দুতে ছেদ করে, দেখান যে  $AD = AE$



বিশেষ নির্দেশ গ্রহণ করি  $O$  কেন্দ্র  $P$  ও  $Q$  যথাক্রমে  $AB$  ও  $AC$  চিত্র দুইটি জ্যা।  $PQ$  যথাক্রমে  $AB$  ও  $AC$  চিত্র দুইটির ঋণাত্মক  $PQ$  জ্যা  $AB$  ও  $AC$  জ্যা-কে যথাক্রমে  $D$  ও  $E$  বিন্দুতে ছেদ করে। দেখান যে  $AD = AE$

প্রমাণ  $A, P$  ও  $A, Q$  যোগ করি।

প্রমাণ  $P, AB$  চাপের ঋণাত্মক এবং  $Q, AC$  চাপের

ঋণাত্মক

$AP$  চাপ =  $BQ$  চাপ এবং  $AQ$  চাপ =  $CP$  চাপ

$PB$  চাপের উপর  $\angle PAD = \angle AQE$  --- (i) [প্রমাণ চাপের উপর কোণ সমান]

অর্থাৎ  $\angle EAP = \angle APD$  --- (ii)

(i) + (ii)

(32)

$$\angle PAD + \angle APD = \angle ADE + \angle EAD$$

কিন্তু  $\triangle APD$  ত,  $\angle ADE = \angle PAD + \angle APD$

অতএব,  $\angle AED = \angle ADE + \angle DAE$   $[\triangle ADE \text{ ত}]$   
 $= \angle PAD + \angle APD$

~~ADF~~

$$\therefore \angle AED = \angle ADE$$

$$\therefore AD = AE$$

অতএব

(২৩)

# অসমান কক্ষ (যে, বৃত্তের বাহিরে) কোন বিন্দু হতে  
একটি বৃত্ত দুটি স্পর্শক অঙ্কন করলে দুইটি স্পর্শক  
অসমান হলে

বিশেষ নিক্ষেপ: মনে করি  $O$  কেন্দ্রবিশিষ্ট  $ABC$   
বৃত্তের বাহিরে একটি বিন্দু  $P$  এবং  $PA$  ও  $PB$   
বৃত্তটি স্পর্শক স্পর্শক। অসমান ক্ষেত্র হ'ল (যে,  $PA \neq PB$ )

প্রমাণ:  $O, A$  ও  $O, B$  যোগ করি

অসমান যেহেতু বৃত্তের  
সকল বিন্দু (যে কোন বিন্দুতে)

অঙ্কিত স্পর্শক, স্পর্শক বিন্দুসমূহ  $B$

প্রমাণিত হওয়া লক্ষ্য রয়েছে  $PAO$  এবং  $PBO$  উভয়ই

এক অসমান  $\triangle PAO$  এবং  $\triangle PBO$  অসমান বিন্দুসমূহ  
 $P$  বিন্দু পর্যবেক্ষণ করুন।  $\therefore OA = OB$  অর্থাৎ বৃত্তের

প্রমাণিত, অসমান জানি, অসমান বিন্দুসমূহ অতিদূরত্ব ও  
একটি বৃত্তে সমানভাবে অসমান একটি বিন্দুসমূহ-অতি

এবং বৃত্ত অসমান হলে বিন্দুসমূহ সমান।

$$\therefore \triangle POA \cong \triangle POB$$

$$\therefore PA = PB$$

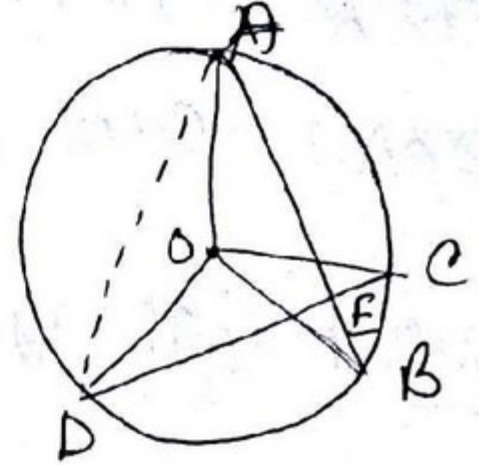
(১৭)

(২০)

# চিহ্নে, জা  $AB \perp CD$ ,  $AC$  ও  $BD$  চাপদ্বয় কেন্দ্রে  
যথাক্রমে  $\angle AOC$  ও  $\angle BOD$  ডেঙ্গন করে। এখন কত

যে,  $\angle AOC + \angle BOD =$  দুই সমকোণ

বি.নিঃ প্রমাণ করতে হবে যে, জা  $AB \perp$



জা  $CD$ ,  $AC$  ও  $BD$  চাপদ্বয় কেন্দ্রে

যথাক্রমে  $\angle AOC$  ও  $\angle BOD$  ডেঙ্গন করে। এখন কত হবে

যে,  $\angle AOC + \angle BOD =$  দুই সমকোণ।

বি.নিঃ প্রমাণ করি  $ADCE$  চক্রে  $\angle AOC$  ও  $\angle BOD$  কেন্দ্রীয় কোণ।  $AB \perp CD$  এ,

$AB$  ও  $CD$  চাপদ্বয় কেন্দ্রে  $\angle AOC$  কোণ

অর্থাৎ  $AC$  চাপে  $\angle ADC$  কোণে  $\angle AOC = 2\angle ADC$  - - - (i)

সুতরাং  $\angle ADC$  কোণে  $\angle AOC = 2\angle ADC$

আবার  $BD$  চাপে  $\angle BAD$  কোণে  $\angle BOD = 2\angle BAD$  - - - (ii)

(i) + (ii)  $\angle AOC + \angle BOD = 2(\angle ADC + \angle BAD)$

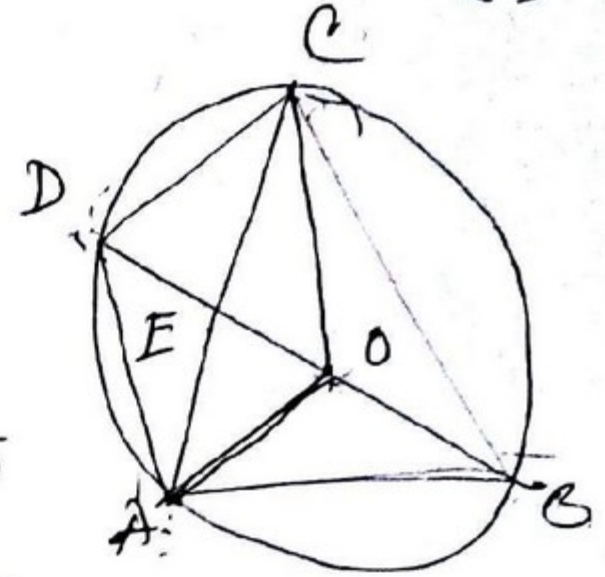
ক'  $ADCE$  সমকোণী চক্রে  $\angle E = 90^\circ$  সমকোণ বাহু

$\angle A + \angle D = 180^\circ$  এক সমকোণ

$\therefore \angle AOC + \angle BOD = 2 \times 180^\circ = 360^\circ$  এক সমকোণ

$\angle AOC + \angle BOD =$  দুই সমকোণ। (৩৫)

# ০ কেন্দ্র বিশিষ্ট কোনো বৃত্ত  $ABCD$  একটি অন্তর্লিখিত চতুর্ভুজ।  
 $AB$ ,  $CD$  কর্নার  $E$  বিন্দুতে ছেদ করানো যেমন ক্ষেত্রের ক্ষেত্র  
 $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$



বিশেষ নির্দেশনা: জানাবারি  $ABCD$  বৃত্ত

০ কেন্দ্র বিশিষ্ট  $ABCD$  একটি বৃত্ত অন্তর্লিখিত

চতুর্ভুজ।  $ABCD$  চতুর্ভুজের  $AC$  ও  $BD$  কর্নার  $E$  বিন্দুতে

ছেদ করেছে। যেমন ক্ষেত্রের ক্ষেত্র  $\angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$

প্রমাণ:  $O, A$ ;  $O, B$ ;  $O, C$  এবং  $O, D$  যোগ করি

প্রমাণ:  $AB$  চাপের কেন্দ্র অন্তর্লিখিত  $\angle AOB = 2\angle ADB$  ... (i)

$CD$  চাপের কেন্দ্র অন্তর্লিখিত  $\angle COD = 2\angle DAC$  ... (ii)

$$\begin{aligned} \text{(i) + (ii)} \\ \angle AOB + \angle COD &= 2(\angle ADB + \angle DAC) \\ &= 2(\angle ADE + \angle DAE) \end{aligned}$$

$\therefore \angle DAE$  কে সরিয়ে  $\angle AEB = \angle ADE + \angle DAE$

$$\therefore \angle AOB + \angle COD = 2(\angle ADE + \angle DAE)$$

$$\therefore \angle AOB + \angle COD = 2\angle AEB$$

প্রমাণিত

(38)

# BCS , Bank

PDF বইয়ের অনলাইন লাইব্রেরী

**MyMahbub.Com**